

Exercice 1 :

- 1) Chaque jour où il travaille, Paul doit se rendre à la gare pour rejoindre son lieu de travail en train. Pour cela, il prend son vélo deux fois sur trois et, si il ne prend pas son vélo, il prend sa voiture.

Lorsqu'il prend son vélo pour rejoindre la gare, Paul ne rate le train qu'une fois sur 50 alors que, lorsqu'il prend sa voiture pour rejoindre la gare Paul rate son train une fois sur 10.

On considère une journée au hasard lors de laquelle Paul sera à la gare pour prendre le train qui le conduira au travail.

On note :

V l'évènement « Paul prend son vélo pour rejoindre la gare » ;

R l'évènement « Paul rate son train ».

a. Faire un arbre pondéré résumant la situation.

b. Montrer que la probabilité que Paul rate son train est égale à $\frac{7}{150}$

c. Paul a raté son train. Déterminer la valeur exacte de la probabilité qu'il ait pris son vélo pour rejoindre la gare.

- 2) Dans le cas où Paul se rend à la gare en voiture, on note T la variable aléatoire donnant le temps de trajet nécessaire pour se rendre à la gare. La durée du trajet est donnée en minutes, arrondie à la minute. La loi de probabilité de T est donnée par le tableau ci-dessous :

k (en minutes)	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$P(T=k)$	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11	0,10	0,08	0,07

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire T et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice .

Exercice 2 :

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0,7; 6]$.

On suppose que f est dérivable sur $[0,7;6]$.

La fonction dérivée de la fonction f est notée f' .

Partie A. Étude graphique

On a représenté la fonction f sur le graphique ci-contre.

1. La tangente au point d'abscisse 3 à la courbe représentative de f passe par les points $A(3 ; 4)$ et $B(4;0)$. Calculer $f'(3)$.

2. D'après le graphique ci-contre,

donner le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x appartenant à l'intervalle $[0,7 ; 6]$.

Partie B. Étude théorique

On admet que la fonction f est définie sur $[0,7 ; 6]$ par : $f(x) = (x^2 - 2x + 1) e^{-2x+6}$.

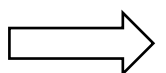
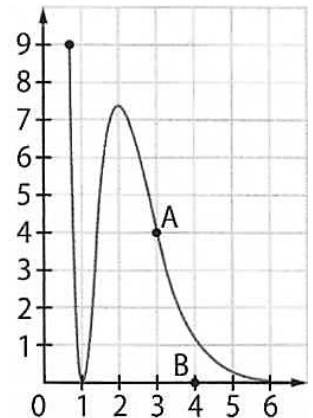
1. Démontrer que pour tout x dans $[0,7 ; 6]$, on a $f(x) \geq 0$.

2. Montrer que pour tout x dans $[0,7 ; 6]$, on a $f'(x) = (-2x^2 + 6x - 4)e^{-2x+6}$.

3. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[0,7 ; 6]$

et dresser le tableau de variation de f sur $[0,7 ; 6]$.

4. Vérifier le résultat du 1) de la partie A puis déterminer l'équation réduite de la tangente au point A d'abscisse 3



Exercice 3 :

Des algues prolifèrent dans un étang. Pour s'en débarrasser, le propriétaire installe un système de filtration. En journée, la masse d'algues augmente de 2 %, puis à la nuit tombée, le propriétaire actionne pendant une heure le système de filtration qui retire 100 kg d'algues. On admet que les algues ne prolifèrent pas la nuit. Le propriétaire estime que la masse d'algues dans l'étang au matin de l'installation du système de filtration est égale à 2 000 kg. On modélise la masse d'algues dans l'étang, exprimée en kg, après utilisation du système de filtration pendant n jours par une suite notée (a_n) .

En particulier : $a_0=2000$. On admet que cette modélisation demeure valable tant que a_n reste positif.

1. Vérifier par le calcul que la masse a_2 d'algues après deux jours de fonctionnement du système de filtration est égale à 1 878,8 kg.

2. On affirme que pour tout entier naturel n , on a $a_{n+1} = 1,02 a_n - 100$.

a) Justifier la relation précédente à l'aide de l'énoncé.

b) On considère la suite (b_n) définie pour tout nombre entier naturel n par $b_n = a_n - 5 000$.

Démontrer que la suite (b_n) est géométrique et préciser son premier terme et sa raison.

c) Pour tout entier naturel n , en déduire une expression de b_n en fonction de n ,

puis montrer que $a_n = 5 000 - 3 000 \times 1,02^n$.

d) Quelle quantité d'algues y aura-t-il au bout de 20 jours (arrondir au kg) ?

3. a) Au bout de combien de jours les algues auront-elles disparu ?

b) Compléter la fonction Python suivante afin que cet algorithme renvoie le nombre de jours à partir duquel la masse d'algues dans l'étang sera négative.

```
def nombreJour(0)
    N = 0
    U = 2000
    While .....
        N = .....
        U = .....
    Return ...
```

Exercice 4 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(1 ; 4), B(3 ; - 2) et C(- 6 ; 5).

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point C et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

3) Les droites (d) et (AB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier

4) On admet que le point E(0 ; 7) est l'intersection entre les deux droites

Calculer la longueur CE

5) On donne $CA = 5\sqrt{2}$

Calculer la mesure en degrés de l'angle \widehat{ACE} , on donnera l'arrondi à 0,01 degré près.