

Faut-il avoir peur de l'infini ?

6 mai 2024

Option Mathématiques et Philosophie

Collège Rosa Parks

• Vu que l'on peut nombrer ou dénombrer un nombre infini on peut le situer et donc y penser

• Comment expliquer qu'un cerveau fini puisse penser l'infini ?

~~On~~ On ne pense pas l'infini ~~mais~~ car il n'est pas dénombrable. On peut pas dire tel nombre est l'infini.

Y-a-t-il des infinis plus grands que d'autres ?

Non car l'infini veut dire "interminable"

3) Les 2 sont vers l'infini mais à l'opposé.



Faut-il avoir peur de l'infini ?

« Quand je considère la petite durée de ma vie absorbée dans l'éternité précédente et suivante, [...] le petit espace que je remplis et même que je vois abîmé dans **l'infinie immensité des espaces que j'ignore et qui m'ignorent, je m'effraie** et m'étonne de me voir ici plutôt que là, car il n'y a point de raison pourquoi ici plutôt que là, pourquoi à présent plutôt qu'alors.

Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraie. »

Blaise Pascal, *Les Pensées* (1670)

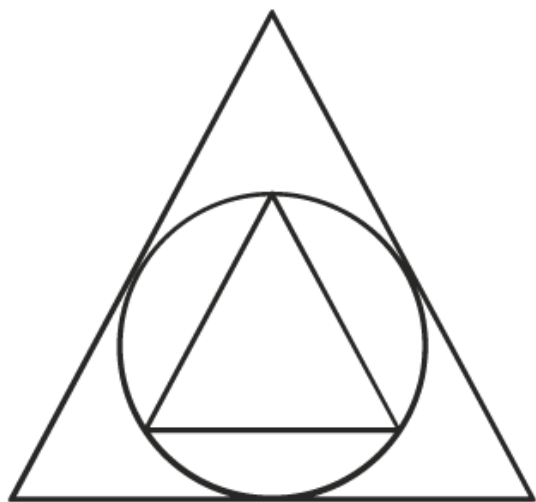


Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

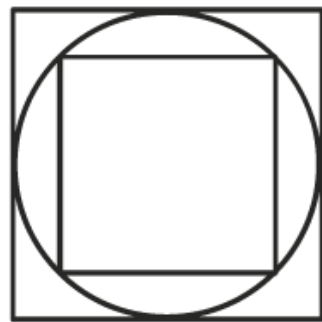
Est-ce que l'on peut manipuler l'infini en mathématiques ?

Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

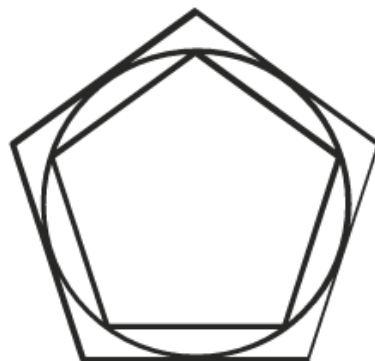
Est-ce que l'on peut manipuler l'infini en mathématiques ?



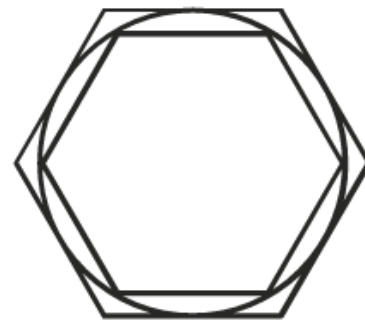
$n=3$



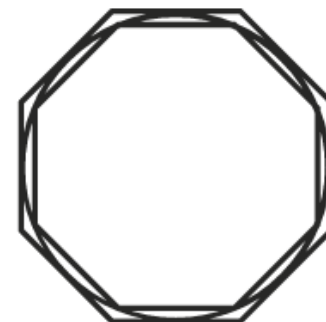
$n=4$



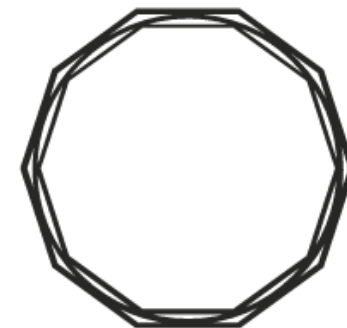
$n=5$



$n=6$



$n=8$



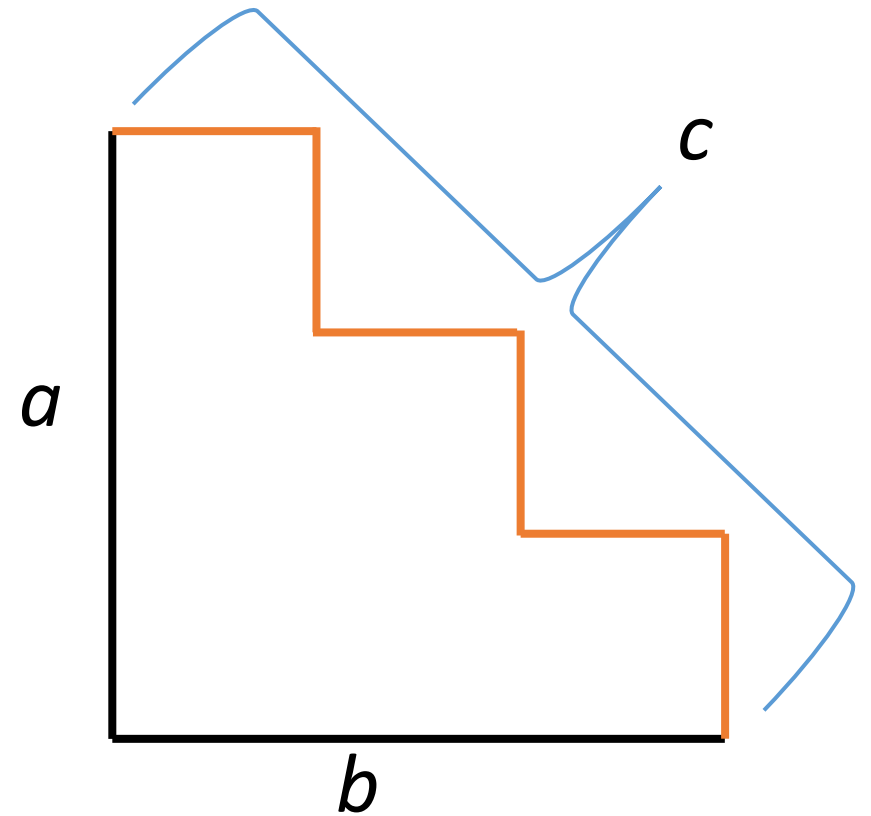
$n=10$

Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Mais est-ce que cela marche toujours ?

Quelle est la taille des segments rouges mis bout-à-bout ?

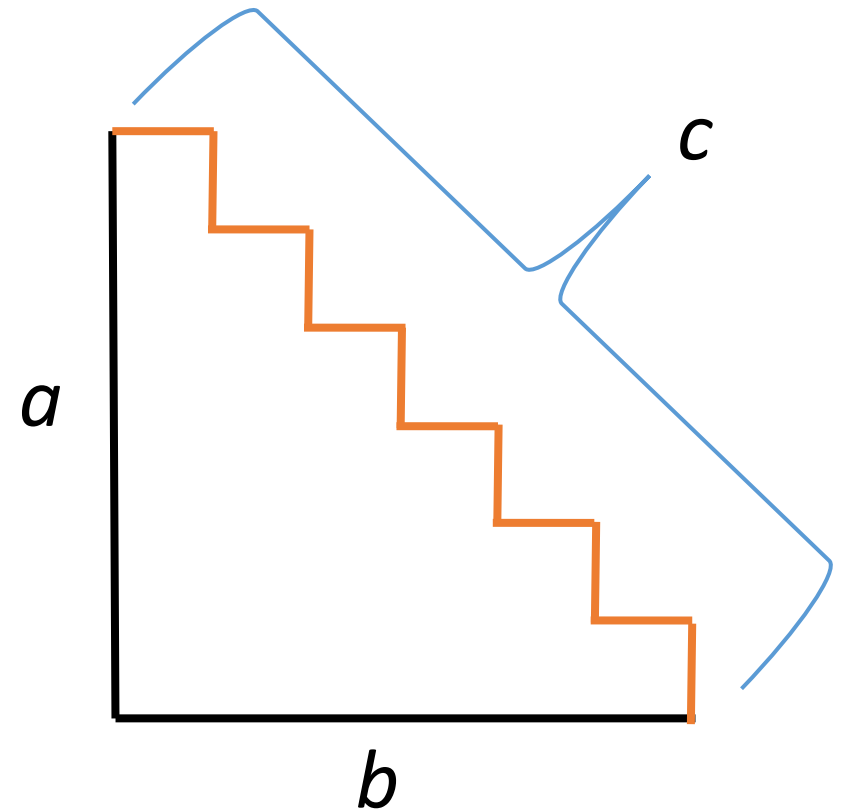
$c = ?$



Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Réessayons avec plus de marches.

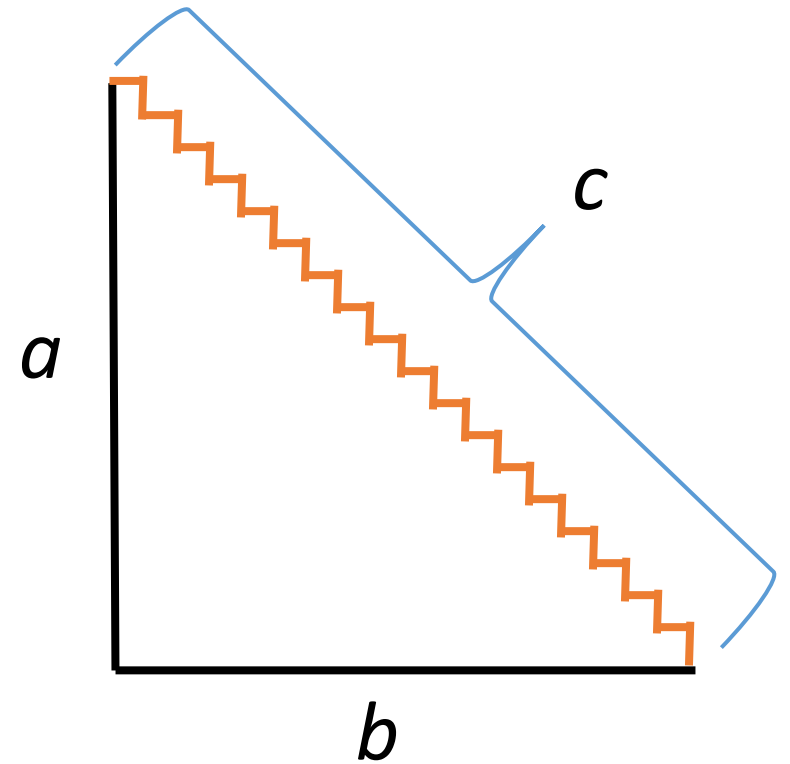
Quelle est la taille des segments rouges mis bout-à-bout ?



Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Et maintenant, essayons avec **vraiment** plus de marches!

Quelle est la taille des segments rouges mis bout-à-bout ?

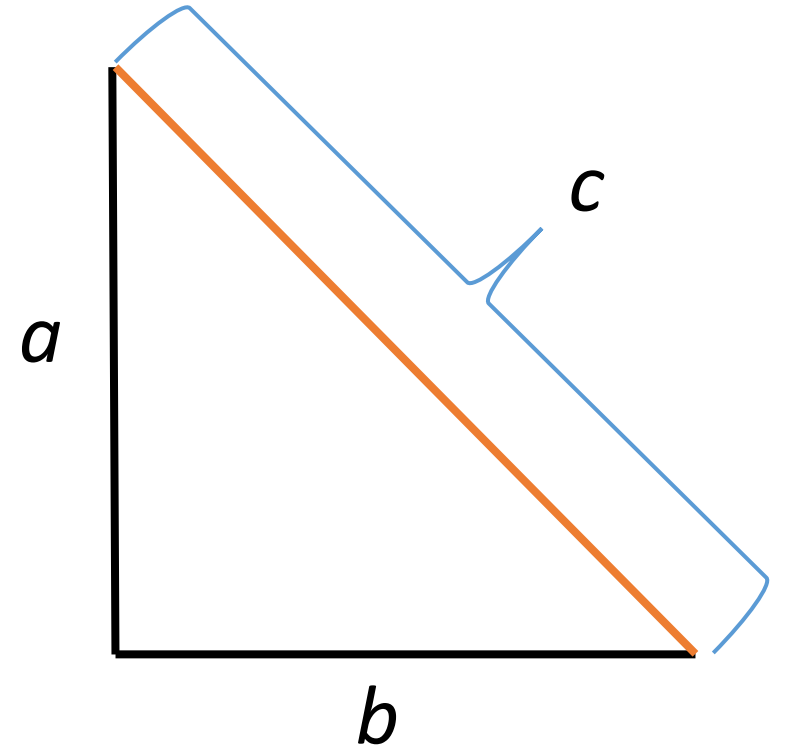


Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Mais que se passe-t-il quand il y a un nombre **infini** de marches?

Est-ce que $c = a + b$?

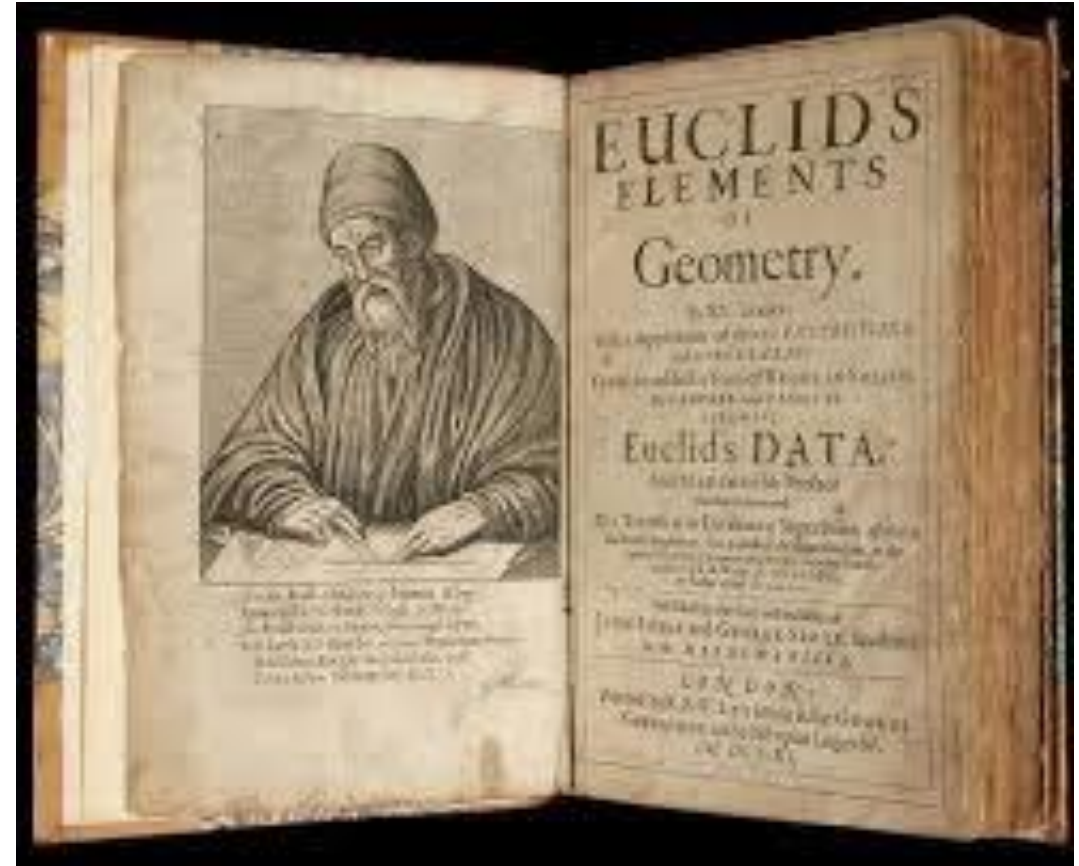
N'y a-t-il pas un problème ?



Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Dans tous *Les Eléments* d'Euclide, le livre qui démontre toutes les connaissances arithmétiques et géométriques de l'Antiquité, la notion d'infini n'apparaît jamais !

Les Grecs considéraient que cette notion n'était pas *rigoureuse*, on ne pouvait pas l'utiliser dans les démonstrations.



Faut-il avoir peur de l'infini ?

Il faut se rendre compte que l'infini n'est pas un nombre.

Voici la preuve de Blaise Pascal :

Si l'infini est un nombre, alors il est soit pair, soit impair.

Si l'infini est pair, alors l'infini + 1 est

Or l'infini + 1 =

Donc l'infini est à la fois et

Comme aucun nombre n'est à la fois et,
l'infini n'est pas

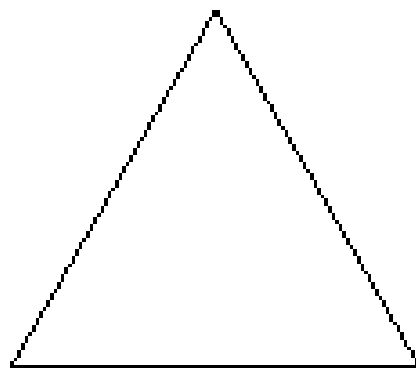
Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Peut-on construire une longueur infinie dans un espace fini ?

Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Peut-on construire une longueur infinie dans un espace fini ?

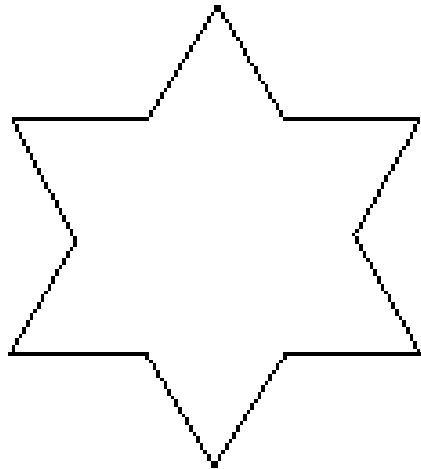
La courbe de von Koch



Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Peut-on construire une longueur infinie dans un espace fini ?

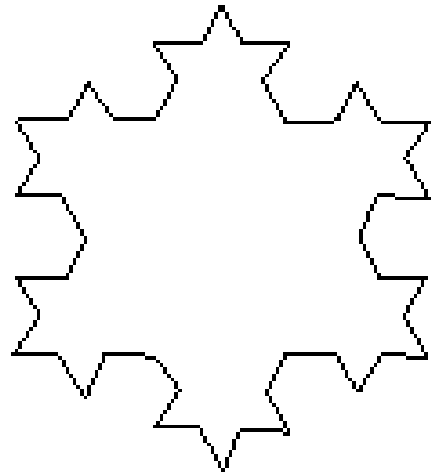
La courbe de von Koch



Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Peut-on construire une longueur infinie dans un espace fini ?

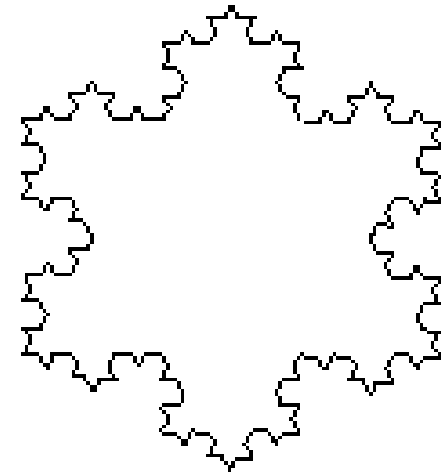
La courbe de von Koch



Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Peut-on construire une longueur infinie dans un espace fini ?

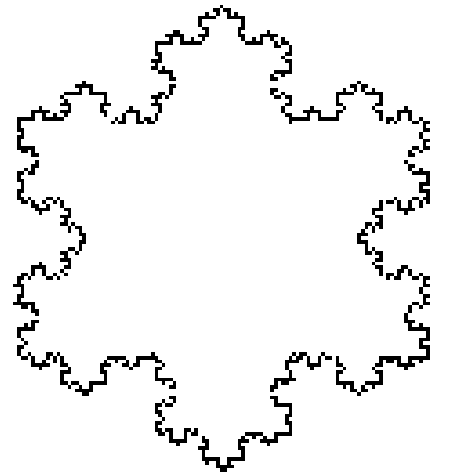
La courbe de von Koch



Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

Peut-on construire une longueur infinie dans un espace fini ?

La courbe de von Koch



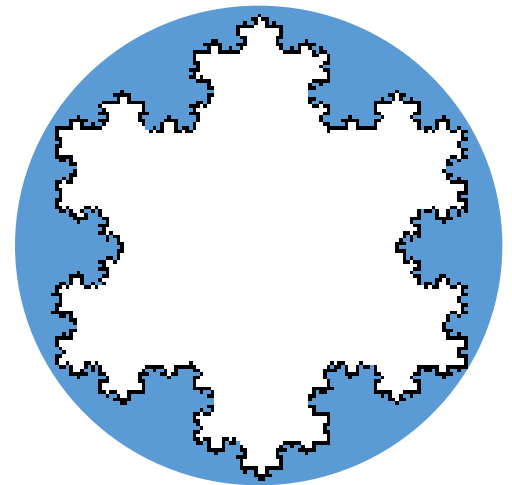
Faut-il avoir peur de l'infini mathématique ?

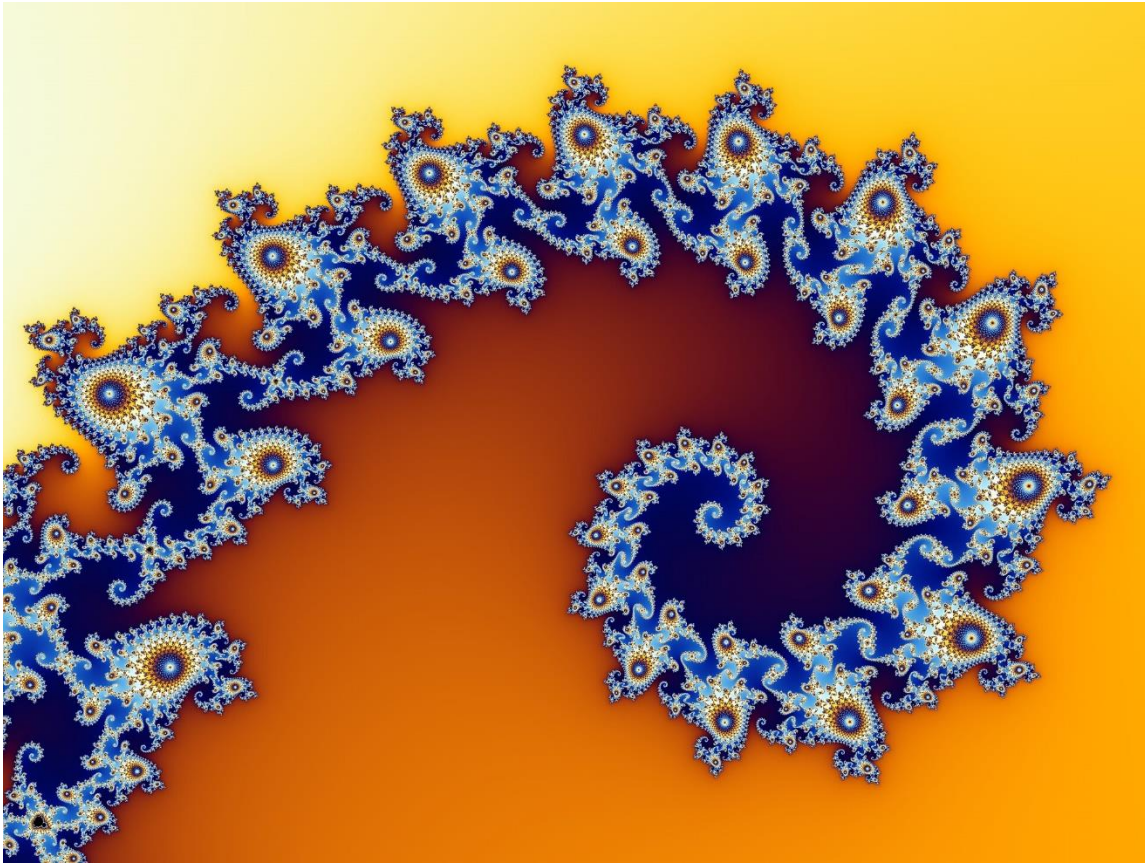
Peut-on construire une longueur infinie dans un espace fini ?

La courbe de von Koch

Est-ce que la surface de cette figure va dépasser le disque bleu même après une infinité de répétitions ?

Est-ce que son périmètre va continuer à grandir ?

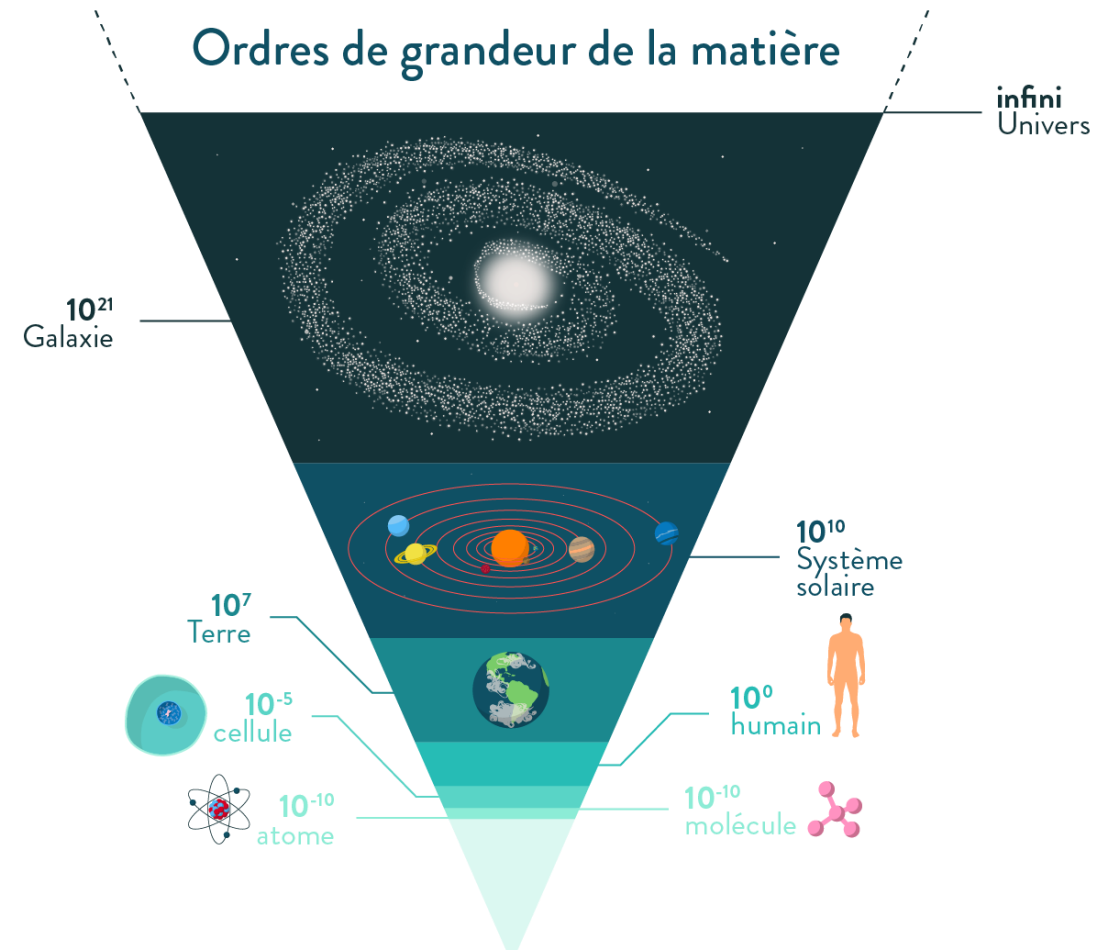




Fractales : figures dont chaque partie ressemble au tout, à l'infini.
(possible sujet de projet)

Faut-il avoir peur de l'infini ?

Il y a **deux infinis** : l'un que l'on atteint en additionnant des longueurs, l'autre en les divisant.



Faut-il avoir peur de l'infini ?

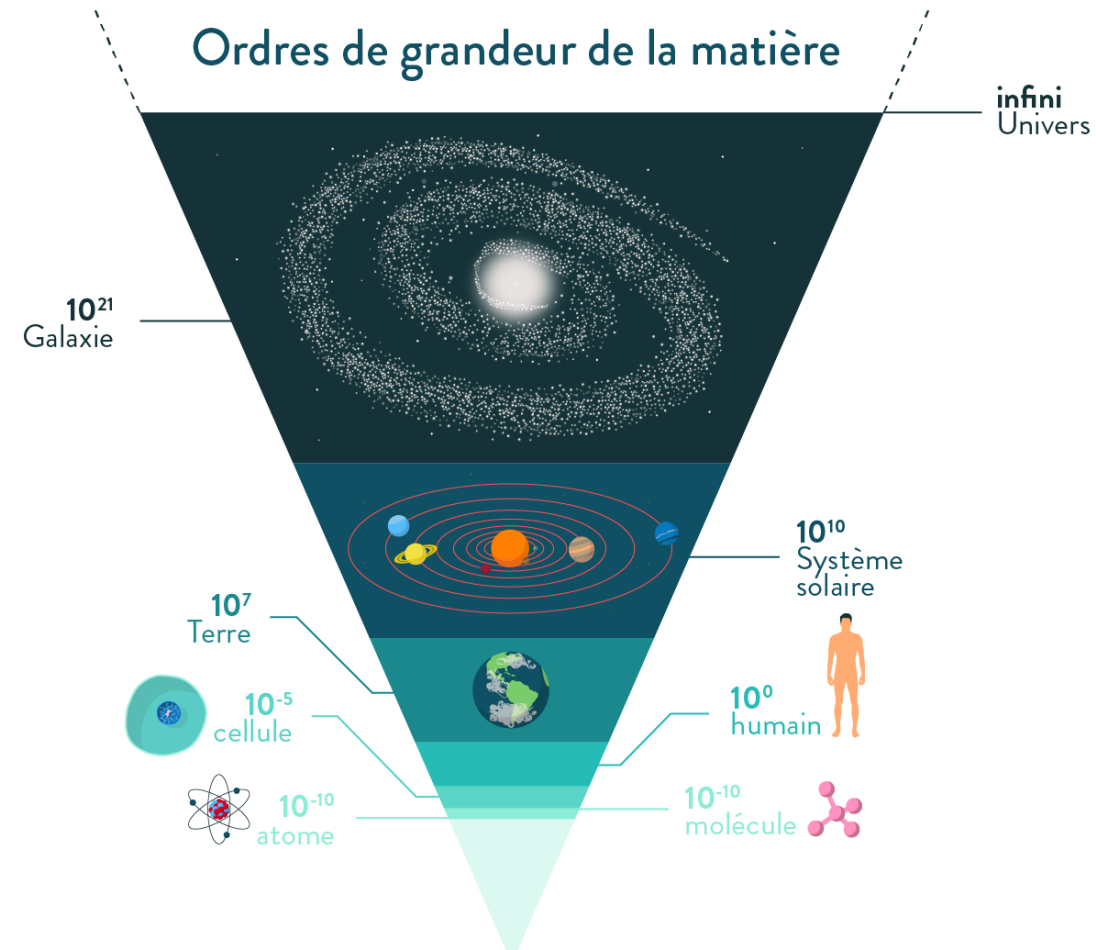
« Que l'homme contemple donc la nature entière dans sa haute et pleine majesté, qu'il éloigne sa vue des objets bas qui l'environnent. Qu'il regarde cette éclatante lumière, mise comme une lampe éternelle pour éclairer l'univers, que la terre lui paraisse comme un point au prix du vaste tour que cet astre décrit et qu'il s'étonne de ce que ce vaste tour lui-même n'est qu'une pointe très délicate à l'égard de celui que les astres qui roulent dans le firmament embrassent. [...]

Qu'est-ce qu'un homme, dans l'infini ?

Mais pour lui présenter un autre prodige aussi étonnant, qu'il recherche dans ce qu'il connaît les choses les plus délicates. Qu'un ciron* lui offre dans la petitesse de son corps des parties incomparablement plus petites, des jambes avec des jointures, des veines dans ces jambes, du sang dans ces veines, des humeurs dans ce sang, des gouttes dans ces humeurs, des vapeurs dans ces gouttes; que, divisant encore ces dernières choses, il épuise ses forces en ces conceptions, et que le dernier objet où il peut arriver soit maintenant celui de notre discours; il pensera peut-être que c'est là l'extrême petitesse de la nature. Je veux lui faire voir là dedans un abîme nouveau. Je lui veux peindre non seulement l'univers visible, mais l'immensité qu'on peut concevoir de la nature, dans l'enceinte de ce raccourci d'atome. Qu'il y voie une infinité d'univers, dont chacun a son firmament, ses planètes, sa terre, en la même proportion que le monde visible. »

Pascal, *Pensées*

*Ciron : plus petit insecte connu à l'époque de Pascal.



Faut-il avoir peur de l'infini ?

« Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? Un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du néant, un milieu entre rien et tout. Infiniment éloigné de comprendre les extrêmes, la fin des choses et leur principe sont pour lui invinciblement cachés dans un secret impénétrable, également incapable de voir le néant d'où il est tiré, et l'infini où il est englouti. »

Pascal, *Pensées*

